

## על המשמעויות האמוניות של הדיוק

דב פאליק

### תקציר

רובנו רגילים – כאנשי המדעים המדויקים – להציג מידע בצורה כמותית. מידע כמותי מוצג כאוסף מספרים בעלי דיוק מסוים. את מידת הדיוק יש להתאים לנסיבות, ולא – מעטים שוגים בכך.

במאמר נראה כי למידת הדיוק יש לא רק משמעות פרקטית אלא – במקרים מסוימים – אפילו משמעות אמונית! אנו נדגים את התיזה באמצעות מספר דוגמאות, למשל הביטוי "כחצות הלילה" במכת בכורות; שגיאת העם בחטא העגל; מנינם של יוצאי מצרים.

### מבוא

בשנת 1991 התגלגל לידי ספר על הטכנולוגיה של טלפונים סלולרים שנכתב בארה"ב. בהקדמה לספר נאמר כי השימוש בטלפונים סלולרים הולך ומתרחב, וצפוי כי בשנת 2000 יהיו בעולם 1,060,449,937 מכשירים כאלה! ליד המספר הופיעה הפניה לביבליוגרפיה, ומי שטרח לבדוק יכול היה לגלות כי המספר נלקח מפרסום של חברה ידועה לניתוחי שוק. כמעט שהתפתיתי לשלוח מכתב למחבר ולשאול אותו האם המספר הזה נכון לתחילת שנת 2000 או לסופה, ומה יקרה אם לקוח אחד יתחרט ולא יקנה את המכשיר שצפוי היה שיקנה? האם במקרה כזה צפוי שמספר המכשירים הסלולרים בעולם בשנת 2000 יהיה רק 1,060,449,936? ניסיתי גם "לפענח" את האלגוריתם שהביא את חברת סקרי השוק למספר הנ"ל (הניחוש שלי מופיע בנספח. כל המעוניין לנסות את כוחו בפענוח מוזמן לעשות כן!)

מכיוון שאמצעי חישוב אריתמטיים הפכו להיות זמינים מאד, אנו מוצאים לעתים קרובות פרסומים ובהם גדלים כמותיים בדיוק אבסורדי, כמו בסיפור דלעיל. מכיוון שאנשים נוטים ליחס אמון מופרז למדע ולטכנולוגיה, הם מתייחסים באמון רב גם למוצרים שהופקו באמצעים טכנולוגיים – בין השאר למספרים שחושבו באמצעות מחשבון (בוודאי ובוודאי אם הם חושבו באמצעות מחשב, שהרי "המחשב אינו טועה לעולם"). אמון זה מוביל גם להסקת מסקנות אופרטיביות (למשל רופא ממכרי סיפר לי כי שיטה חדשה שפיתח לטיפול במחלה מסוימת ובאמצעותה ריפא שניים מתוך שלושת החולים במחלקתו, עתידה להפך לשיטה הסטנדרטית בישראל מכיוון שהיא יעילה ב-67% של החולים בעוד השיטה הישנה יעילה רק ב-50% של החולים...).

העובדה שהדיוק אותו ניתן ליחס לגורמים כמותיים הוא סופי ותלוי בנסיבות, ידועה (כמעט) לכל בר-בי-רב העוסק במדעים מדויקים, שהרי כבר בלימודי השנה הראשונה ברוב האוניברסיטאות

מלמדים את הסטודנטים לערוך חישובי שגיאות. עם זאת, רבים נוטים לשכוח זאת ולהציג גדלים בדיוק מופרז, כפי שתואר לעיל.

לדיוק המופרז עלולות להיות לא רק השלכות מעשיות בחיי יום-יום, אלא גם השלכות אמוניות. בגוף המאמר נסקור כמה מקרים ואת הלימוד שניתן ללמוד מהם.

## ניתוח מקרים

### 1. "כחצות-הלילה"

מכת בכורות ארעה בדיוק בחצות הלילה (שמות י"ב כ"ט). כאשר משה רבנו מתרה בפרעה ומודיע לו על מכת בכורות אשר עתידה לחול על מצרים הוא אומר (שמות י"א ד'): "כֹּה אָמַר ה': פַּחַצַּת הַלַּיְלָה, אֲנִי יוֹצֵא...". מן הניסוח הזה משתמע כי ה' יכה את הבכורות מתי שהוא בזמן הקרוב לחצות-הלילה ולא דווקא בשעת חצות בדיוק, שהרי לא נאמר "בַּחצוֹת" אלא "פַּחַצוֹת". אולם, לא כך מפרשים זאת חז"ל: במסכת ברכות דף ג: מביאה הגמרא פסוק מתהילים בו אומר דוד: "חצות-לילה אקום להודות לך על משפטי צדקך" ומסיקה ממנו כי דוד היה קם משנתו כל לילה בדיוק בחצות כדי להודות לה'. על כך שואלת הגמרא: איך ידע דוד מתי בדיוק חל חצות-הלילה אם משה רבנו בעצמו לא ידע זאת בדיוק, שהרי משה משתמש בביטוי "כחצות הנ"ל, מה שמעיד על כך שלא ידע זאת בדיוק. על השאלה באשר לדוד עונה הגמרא כי היה לו אמצעי נסי - כינור שניגן מאליו בדיוק בחצות בדרך נס - וכך ידע מתי חצות-הלילה. באשר למשה, משיבה הגמרא כי משה ידע בדיוק מתי חל חצות-הלילה. אם כך, מדוע השתמש במילה "כחצות"? עונה רב זירא: "משה כסבר שמא יטעו אצטגניני פרעה ויאמרו משה בדאי הוא. דאמר מר למד לשונך לומר איני יודע שמא תתבדה ותאחז". (ציטוט הביטוי "למד לשונך..." הוא ממסכת דרך-אריץ, פרק ג'). כלומר, המכה תחול בדיוק בחצות-הלילה, אולם מכיוון שהאצטגנינים עלולים לטעות ולחשוב כי חצות-הלילה כבר עבר בטרם מתו הבכורות, הרי שמשה בדה את הדברים מלבו. לכן, החליט משה להשתמש בלשון פחות מדויקת.

מבחינה אסטרונומית "חצות-הלילה" הוא הרגע בו השמש נמצאת בדיוק מעל קו-האורך המרוחק 180 מעלות מקו-האורך בו נמצא הצופה. אפילו בימינו אין זה פשוט למדוד את הרגע בדיוק רב, ובודאי שבזמן יציאת-מצרים - לפני יותר משלושת אלפי שנים - דיוק במדידה היה גרוע מאד. בעוד שאת רגע חצות-היום ידעו האסטרונומים של אז ("אצטגניני פרעה") למדוד בדיוק טוב יחסית. (תיאורים מעניינים של שיטות המדידה מופיעים בספרים רבים על תולדות המדע בעת העתיקה. בין השאר מדדו וסימנו את הכיוון בו זורחת השמש ביום שוויון אורך היום והלילה ולכיוון זה העלו אנך באמצעות המשולש הפיתגורי בעל צלעות 3.4.5 יחידות. אנך זה מסמן את הכיוון צפון-דרום. כאשר צלו של מוט ארוך מזדהה עם הכיוון הזה הרי שהגיע רגע חצות-היום. הרי שמדידה כזו דורשת אור שמש, וזה, כידוע, אינו זמין בלילה.).

משה רבנו, שהיה מודע למידת הדיוק המועטת של קביעת רגע חצות-הלילה באמצעות הטכנולוגיות שהיו קיימות אז, העדיף להשתמש בלשון שממנה עלולים לחשוב שאין הוא יודע מתי חל חצות-הלילה ובלבד שיתאים את הדיוק לנסיבות. כפי שראינו, אומרת על זה הגמרא "למד לשונך לומר איני יודע שמא תתבדה ותאחז".

יציאת-מצרים, על כל המאורעות שליוו אותה, היא החוויה המכוננת של עם ישראל. המכות נועדו להראות לכל באי-עולם כי הקב"ה שולט בעולם ונוהג בו כרצונו. לכן היה חשוב כי מכת-בכורות, שהיא גולת-הכותרת של התהליך שכפה על פרעה לשלח את בני-ישראל, תקרה בדיוק כפי שנחזה מראש כי תקרה. אילו היה משה מנסה לדייק יותר מן הראוי ואומר "בחצות", היה נותן פתחון-פה למלעיזים לטעון כי מכה זו היא רק מאורע מקרי שאין לו משמעות. בכך היה גורם לביטול חלק גדול של האפקט!

## 2. חטא-העגל

סיפור חטא-העגל בתורה (שמות פרק ל"ב) מתחיל במילים "וַיֵּרָא הָעַם, כִּי בָשָׁשׁ מִשֶּׁה לַרְדֵּת מִן הָהָר...". הגמרא במסכת שבת דף פט. מסבירה מלים אלו כך: משה רבנו אמר לעם, עם עלייתו להר-סיני, כי ישוב כעבור ארבעים יום "לשש שעות" (כלומר באמצע היום). והנה הגיע הזמן שבו - על-פי חשבונם של בני-ישראל - היה על משה לחזור והוא עדין לא חזר. בא השטן ואמר כי כבר חלף הזמן ומשה לא חזר, אך בני-ישראל לא השגיחו בו. אמר להם השטן כי מת משה והראה להם דמות מיטתו והאמינו לו.

מה בדיוק קרה? ברור שהעם טעה בהבנת דברי משה. רש"י מפרש כי כוונת משה היתה לארבעים יום מלאים, דהיינו, כל יום והלילה הקודם לו עמו (כמקובל בלוח העברי). ולכן יום העלייה להר אינו נחשב, שהרי אין לילו עמו, אבל בני-ישראל טעו לחשוב כי גם יום העלייה להר נחשב וציפו למשה יום אחד לפני הזמן המיועד. יש דוחים פירוש זה (ראה, למשל, התוספות על אתר, ד"ה לסוף ארבעים יום אני בא) ומפרשים כי עקב תעתועי השטן חשבו כי כבר עברו שש השעות בעוד שאלה עדין לא עברו (בלשוננו: חשבו כי השעה היא אחרי-הצהרים בעוד שהיא היתה לפני-הצהרים). על-כל-פנים ברור שהעם חשב שכבר הגיע הזמן בו משה צריך לרדת מן ההר לפי הבטחתו, אבל משה לא עמד בהבטחה ולא ירד. בעל "אור החיים" הקדוש אומר בפירושו לתורה על אתר כי בני-ישראל האמינו לדברי השטן ולמראה מיטתו של משה, רק בגלל שעבר הזמן בו משה צריך היה לרדת מן ההר לפי חשבונם.

משה רבנו אמר לבני-ישראל מתי בדיוק הוא עתיד לרדת מן ההר והוא, אכן, עמד בדיבורו. דא-עקא, בני-ישראל טעו בחישוב הזמן - בין משום מעשי השטן ובין משום שלא דקדקו בדברי משה. על-כל-פנים, אחד הגורמים החשובים לחטא-העגל היה הדיוק הרב בו השתמש משה. יתכן שאילו היה אומר שירד מן ההר בעוד כששה שבועות, לא היו בני-ישראל חוטאים בחטא-העגל וכל

ההיסטוריה האנושית היתה שונה (אינן פורענות באה על ישראל שאינן בו קצת מפירעון עוון העגל – סנהדרין ק"ב.).

### 3. מפקדים

כאשר בני-ישראל יוצאים ממצרים, מציינת התורה את מספרם: "כִּשְׁשׁ מֵאוֹת אֶלֶף רְגְלֵי הַגְּבָרִים, לְבַד מִטָּף." (שמות י"ב ל"ז). מאוחר יותר פוקד משה את מספר בני-ישראל ארבע פעמים:

**בפרשת פקודי** (שמות ל"ח כ"ו): נכתב רק המספר הכולל - 603,550 איש. המניין נערך לפני הקמת המשכן, כלומר בשנה הראשונה לצאתם ממצרים. לפי רש"י, שמות ל' ט"ז, המפקד נערך למחרת יום הכיפורים, עם רדתו של משה מן ההר בפעם השלישית.

**בתחילת ספר במדבר:** הפסוק הראשון בספר מציין את תאריך המפקד: "באחד לחדש השני בשנה השנית לצאתם מארץ-מצרים". גם כעת היה מספרם הכולל 603,550 איש. במניין זה גם מפורט מספר האנשים בכל שבט - כל המספרים הם כפולה שלמה של 100, פרט למספרם של בני גד שהוא 45,650. נספרו רק הגברים שגילם עשרים שנה ומעלה. מלבד זאת נמנו הלוויים מגיל חודש ומעלה, שמספרם הכולל היה 22,000. מספר הלוויים בכל אחת משלוש משפחותיהם הוא כפולה שלמה של 100 - 7,500 בני גרשון, 8,600 בני קהת, 6,200 בני מררי. כמו כן נמנו בנפרד הבכורות בבני-ישראל ומספרם הכולל היה 22,273 איש.

**בפרשת נשא:** נמנים הלוויים העובדים במשכן, בגילים שבין שלושים לחמישים שנה, למשפחותם. המספרים הם כפולה שלמה של 10.

**בפרשת פנחס:** שוב נמנים בני-ישראל מעל גיל עשרים שנה. המניין התקיים זמן קצר לפני הכניסה לארץ ובין הנמנים היו רק שניים (יהושע וכלב) מן הנמנים במניין הראשון (ראה במדבר כ"ו ס"ד). מספר האנשים בכל שבט הוא כפולה שלמה של 100, פרט לשבט ראובן שמנה 43,730 איש. המספר הכולל הוא 601,730. גם הלוויים מבני חודש ומעלה נמנו ומספרם היה 23,000.

כאשר אנו עוברים על מספרים אלה אנו נתקלים בכמה תמיהות. הגדולה שבהן (שאיננה נוגעת לענייננו) היא העובדה שבמניינם של בני לוי במפקד השני סכום המספרים של בני שלוש המשפחות הוא  $22,300 = 7,500 + 8,600 + 6,200$  בעוד שהכתוב אומר כי סך בני לוי היו רק 22,000. על תמיהה זו עונה רש"י כי מנינם של הלוויים נערך רק לצורך החלפת הבכורות בלוויים וההפרש נובע מכך שהיו 300 בני לוי אשר היו גם בכורות ולא היה צורך למנותם.



תמיהה נוספת שאינה נוגעת לענייננו היא שאלת היחס בין מספר הבכורות למספרם של אלה שאינם בכורות. למרות שהבכורות נמנו מגיל חודש ומעלה והאחרים רק מגיל עשרים שנה ומעלה, הרי שעל כל בכור בבני-ישראל יש קרוב לשלושים אחרים ועל כל בכור בלויים יש מעל שבעים אחרים! יש האומרים כי מכאן ראיה לדברי חז"ל כי הנשים במצרים ילדו ששה בכרס אחת.

ועתה נעבור לתמיהות הקשורות לנושא המאמר: האם המספרים במפקדים היו מדויקים או שעוגלו? אם הם מדויקים, כיצד יתכן שכמעט כולם (23 מתוך 30) מתחלקים ב-100, ששה נוספים מתחלקים ב-10 ורק אחד (מספר הבכורות) אינו עגול? יתירה מזאת, כיצד יתכן הדבר שבשני מפקדים בהפרש זמן של יותר מחצי שנה (המפקד הראשון נערך, כאמור, ביום י"א בתשרי והשני ביום א' באייר) נמנו בדיוק נמרץ אותו מספר אנשים? אם עוגלו, מדוע אלגוריתם העיגול אינו אחיד? (בכל אחד משני מפקדי השבטים, 11 מספרים עוגלו למאה הקרובה ואחד בלבד לעשר הקרוב). ומדוע דווקא מספר הבכורות לא עוגל?

מעיון בפירושיהם של מפרשי התורה הקלאסיים ניתן להסיק כי, קרוב לוודאי, הם סבורים שהמספרים הם מדויקים. חלק מהתמיהות שהעלינו הם מתרצים: רש"י, בפירושו לפסוק ט"ז בשמות ל', אומר כי כאשר נקבעה מגבלת הגיל התחתון של עשרים שנה, הכוונה היא לאלה אשר בראש השנה (א' בתשרי) כבר היו בני עשרים. לכן, לא נוספו למניין השני אנשים נוספים שעברו את הגיל הגבולי. רש"י לא דן בשאלה האם לא מתו אנשים באותה תקופה. מצד שני, אומר הרמב"ן (במדבר ב' ד') כי מיום עריכת המפקד השני עד ליום שבו בני-ישראל נסעו מחנייתם (תקופה של עשרים יום) לא מת איש מבני-ישראל בדרך נס. אולי אפשר להרחיב את הפירוש ולומר שגם לא מתו כלל בין המניין הראשון לזה השני, וכך להשלים את דברי רש"י דלעיל כדי להסביר את התוצאות הזרות של שני המפקדים.

הנצי"ב (הרב נפתלי צבי יהודה ברלין, ראש הישיבה בוולוז'ין באמצע המאה התשע-עשרה) בפירושו "העמק דבר" לפסוק הראשון בספר במדבר מעלה רעיון מקורי ומעניין ביותר הפותר כמעט את כל התמיהות דלעיל: לדבריו, המפקדים לא נועדו כלל לברר את מספר האנשים. הוא קובע כי, מטעמים של קדושה ("השרית שכינה"), היה תקן למספר האנשים ההולכים עם הדגלים ומדי פעם "מלאו את השורות" כדי לפצות על אלה שנפטרו. ערכו של התקן בראשית ההליכה במדבר היה שונה מזה שבסוף התקופה, אבל לא השתנה מן המפקד הראשון לשני. הנצי"ב אמנם לא אומר זאת במפורש, אבל מדבריו ניתן להבין מדוע המספרים עגולים - זהו, פשוט, התקן.

(פירושו זה של הנצי"ב אינו רלבנטי למניין הלוויים והבכורות שבמפקד השני. לכן, עדיין יש לתמוה כיצד זה מספרם של הלוויים בכל אחת משלוש המשפחות מתחלק ב-100. הסיכוי לכך שזה יקרה במקרה הוא 1:1,000,000.)

אנו רואים אפוא כי הנצי"ב הסיק מסקנה אודות אופן השרית השכינה בישראל מתוך ההבדל בין

הדיוק שבו נמנו בני-ישראל ביציאתם ממצרים (כשש מאות אלף רגלי הגברים לבד מטף) לבין הדיוק האבסולוטי שבו נמנו במדבר!

### סיכום

ראינו כי לא רק בחיי יום-יום יש להתאים את הדיוק שבו נמסרים ערכים כמותיים לנסיבות, אלא גם בנסיבות "דתיות", שכן יש לכך השלכות אפילו על יסודות האמונה! הדגמנו זאת בשלוש "אפיזודות" מן התורה:

לפני מכת בכורות הזכיר משה את זמנה הצפוי של המכה בדיוק נמוך מזה שהוא ידע עליו, ובכך חיזק את האמונה בכך שהקב"ה שולט בעולמו ונוהג בו כרצונו.

משה הודיע לבני-ישראל מתי הוא עתיד לרדת מהר-סיני לאחר מתן-תורה. מתברר שהשטן השכיל לנצל את הדיוק הרב שבו נמסר המידע כדי להטעות את בני-ישראל לחשוב שמהם, מת, ובכך גרם לחטא העגל.

מספרם של בני-ישראל ביציאתם ממצרים נמסר רק בקרוב גס. לעומת זאת מספרם בהליכתם במדבר מתואר בדיוק אבסולוטי. מזאת למד אחד מגדולי פרשני התורה בדורות האחרונים כי לשם השרית שכנה בישראל יש צורך במילוי תנאים כמותיים.

### נספח

כיצד הגיעו עורכי הסקר למספר המוזר של מכשירי הטלפון הסלולרים בשנת 2000? לפי הערכתי, הם העריכו כי מספרם של הטלפונים בשנת עריכת הסקר (1991) הוא 100,000,000 (דיוק סביר בנסיבות העניין) וכי מספרם יעלה ב-30% מדי שנה (גם זהו דיוק סביר). כעת הם ערכו חישוב,

$$100,000,000 * 1.3^9 = 10,604,499,937.3$$

מכיוון שמספר הטלפונים חייב להיות שלם, הם "יתרו" על 0.3 טלפון והסתפקו במספר שבסקר. (מסקנה טריוויאלית מהסיפור: גם מספרים בעלי דיוק סביר עלולים להפוך בעזרת המחשב - אשר, כאמור לעיל, "אינו טועה לעולם" - למספרים מגוחכים!).

### תולדות-חיים:

השכלה - ישיבה תיכונית "יבנה", חיפה, פיזיקה בטכניון - 1966 B.Sc., 1977 M.Sc., 1979 D.Sc. תעסוקה: רפא"ל, הרשות לפיתוח אמצעי לחימה, משרד-הביטחון, 1970-1998. תפקיד ניהולי אחרון: הסמנכ"ל למו"פ בפועל. NDS, 1998-2002. תפקיד אחרון: מנהל מרכז המחקר.